Technische Universität Berlin **Wintersemester 2018/2019**
Fakultät II – Mathematik und Naturwissenschaften
Institut für Mathematik
Reinhold Schneider, Benjamin Kutschan

Numerische Mathematik I

6. PA

Programmieraufgabe 1: (Abgabe in den Rechnersprechstunden bis zum 8. Februar 2019)

In dieser Programmieraufgabe wollen wir das Newton-Verfahren implementieren und anwenden. Es soll die Nullstelle einer gegebenen Funktion

$$f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n \tag{1}$$

gefunden werden. Gegeben seien außer der Funktion `f` weiterhin ein Startwert `x0`, eine maximale Anzahl an Iterationen `nmax`, eine gewünschte Genauigkeit `epsilon` und die Ableitung `df` von f. Die Funktionsdefinition in Octave sei

```
function x=newton(x0, nmax, epsilon, f, df).
```

Nutzen Sie "function handles", um `f` und `df` an `newton` zu übergeben. Ein sinnvoller Wert für `nmax` wäre 20 und für `epsilon` 10^{-12}. Betrachte nun folgendes Problem: Es soll eine 2×2-Matrix von höchstens Rang 1 gefunden werden, die in der Frobeniusnorm möglichst dicht an der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \tag{2}$$

ist. Dazu minimieren wir

$$f : \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \mapsto || \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} ||_F^2 \tag{3}$$

unter der Nebenbedingung

$$g : \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \mapsto ad - bc. \tag{4}$$

Wir erwarten das Minimum dort, wo

$$\nabla f = \lambda \nabla g \tag{5}$$

für irgendein λ und gleichzeitig

$$g = 0. \tag{6}$$

Stellen Sie das Gleichungssystem in der Form

$$F \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ \lambda \end{pmatrix} = 0 \tag{7}$$

auf, berechnen Sie F' und finden Sie eine Lösung des Problems mittels Newton-Verfahren.